



Hinweise:

1. Die Aufgaben sind ohne CAS-Unterstützung zu lösen.
2. Wähle von den Aufgaben 601211, 601212 und 601213 zwei Aufgaben aus.
3. Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.
4. Schreibe auf **jedes Blatt** deinen **Vor- und Nachnamen** in **Druckschrift** sowie deine **Mathematikursbezeichnung**. Nutze für die Lösung der **2. Aufgabe** ein **neues Blatt**.

601211

Für positive ganze Zahlen a , b und c werden die Zahlen

$$x = 60a + 13b \text{ und } y = 60a + 11c$$

gebildet.

Man bestimme alle Möglichkeiten der Wahl von a , b und c , für die die Gleichung

$$4x^2 - y^2 = 2020$$

gilt, und begründe, dass es keine weiteren Lösungen gibt.

601212

Alina und Bernd untersuchen die Teilbarkeit positiver ganzer Zahlen. Zunächst gibt Alina eine Ziffer a vor und bildet die Zahl mit der Dezimaldarstellung $\overline{100a}$. Anschließend wählt Bernd eine Ziffer b . Nun soll Alina durch Einfügen einer oder mehrerer Ziffern b eine Zahl der Form

$$\overline{100ba}, \quad \overline{100bba}, \quad \overline{100bbba}, \dots$$

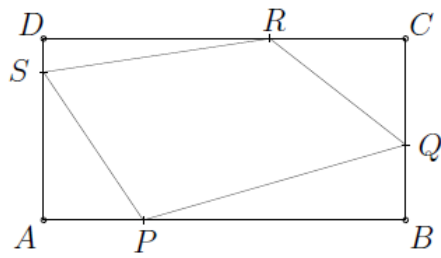
bilden. Findet Alina eine solche Zahl, die mit $\overline{100a}$ keinen gemeinsamen Teiler größer als 1 besitzt, hat sie gewonnen, anderenfalls siegt Bernd. Man bestimme alle Ziffern a , durch deren Wahl Alina ihren Gewinn sichern kann.

Hinweis: Mit \overline{abcd} wird diejenige positive ganze Zahl bezeichnet, die in der Dezimaldarstellung von links nach rechts genau die Ziffern a , b , c und d besitzt.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

601213

Gegeben sei ein Rechteck $ABCD$. Die Punkte P auf \overline{AB} , Q auf \overline{BC} , R auf \overline{CD} und S auf \overline{AD} seien innere Punkte der Rechteckseiten (siehe Abbildung A 601213). Für welche Lagen der Punkte P , Q , R und S hat das Viereck $PQRS$ den kleinsten Umfang?



A 601213

Hinweis: Innere Punkte einer Strecke sind alle Punkte dieser Strecke mit Ausnahme der Endpunkte.